

26.5.2017, א' סיוון התשע"ז

## בוחן אמצע במודלים חישוביים 2017 סמסטר ב'

מרצים: פרופ' נחום דרשוביץ, פרופ' ישי מנצור.  
מתרגלים: יובל מוסקוביץ', דפנה שדה, דין דורון.

### הנחיות

משך הבחינה: שעה וחצי.  
בבחינה 10 שאלות ו- 4 עמודים (כולל עמוד זה). יש לענות רק ע"ג דף התשובות המצורף.  
הקפידו לרשום בדף התשובות את מספר הגרסא, המופיע בראשית דף זה!  
אין להשתמש בחומר עזר.

**בהצלחה!**

1. נתון דקדוק חסר הקשר  $G = (V, \Sigma, R, S)$  עבורו לכל  $A \in V$  קיים  $w \in (V \cup \Sigma)^*$  יחיד עבורו קיים ב- $R$  כלל הגזירה  $A \rightarrow w$ . אילו מהטענות הבאות בהכרח נכונה?
- השפה  $L(G)$  סופית.
  - השפה  $L(G)$  רגולרית ויכולה להיות אין-סופית.
  - השפה  $L(G)$  חסרת הקשר ויכולה להיות לא רגולרית.
  - השפה  $L(G)$  אינה בהכרח חסרת הקשר.

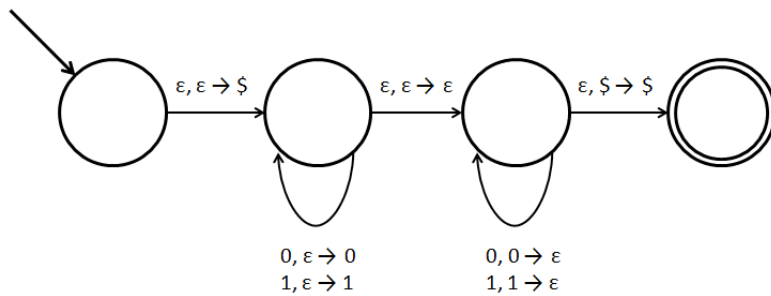
2. נתונה שפה  $L$  מעל א"ב כלשהו  $\Sigma$  ונתון  $h: \Sigma \rightarrow \Sigma^*$  הומומורפיזם. אילו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?
- $L \cap h^{-1}(h(L)) = L \cap h(h^{-1}(L))$
  - $L \cup h^{-1}(h(L)) = L \cup h(h^{-1}(L))$
  - $h(h^{-1}(L)) \subseteq L \subseteq h^{-1}(h(L))$
  - $h^{-1}(h(L)) \subseteq L \subseteq h(h^{-1}(L))$

3. נתון הדקדוק חסר ההקשר  $G = (V, \Sigma, R, S)$  אשר כללי הגזירה שלו נתונים ע"י:

$$S \rightarrow 0S1 \mid 1S0 \mid 0S0 \mid 1S1 \mid \varepsilon$$

מהי השפה  $L(G)$ ?

- $L(G) = \{0^n 0^n : n \geq 0\} \cup \{1^n 1^n : n \geq 0\} \cup \{0^n 1^n : n \geq 0\} \cup \{1^n 0^n : n \geq 0\}$
- השפה המוגדרת ע"י הביטוי הרגולרי  $((0 \cup 1)(0 \cup 1))^*$ .
- השפה המוגדרת ע"י הביטוי הרגולרי  $((0 \cup 1)^*(0 \cup 1)^*)^*$ .
- השפה המתקבלת ע"י ה-PDA הבא:



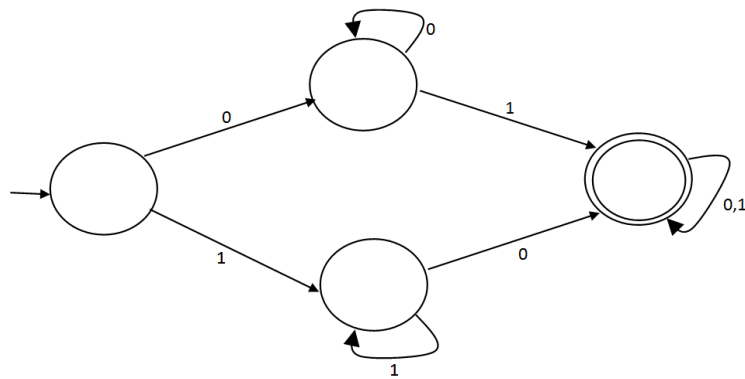
4. עבור שפה  $L$  מעל א"ב כלשהו  $\Sigma$  נגדיר

$$Double(L) = \{xy : xy \in \Sigma^*, |x| = |y|, x \in L, y \in L\}$$

עבור  $L_1 = L(0^*1)$  נגדיר  $L_2 = Double(L_1)$ . בחרו את התשובה הנכונה:

- השפה  $L_2$  היא רגולרית ואין-סופית.
- השפה  $L_2$  היא חסרת הקשר אך אינה רגולרית.
- השפה  $L_2$  אינה חסרת הקשר.
- השפה  $L_2$  סופית.

5. נתון ה-DFA הבא:



השפה שמקבל האוטומט היא:

- כל המילים מעל  $\{0,1\}$ .
- כל המילים מעל  $\{0,1\}$  המורכבות רק מ-0 או רק מ-1.
- כל המילים מעל  $\{0,1\}$  שמתחילות ומסתיימות באותיות שונות.
- כל המילים מעל  $\{0,1\}$  שיש בהם גם את האות 0 וגם את האות 1.

6. עבור  $k \geq 1$  תהא  $\Sigma = \{1, \dots, k\}$  ונזכיר כי הפונקציה  $\#_i(w)$  מחזירה את מספר

המופעים של האות  $i$  במילה  $w$ . תהא

$$L = \{w \in \Sigma^* : \forall i \in \Sigma. \#_i(w) \geq 1\}$$

מהו מספר המצבים המינימלי מבין ה-DFA-ים המקבלים את  $L$ ?

- $k$ .
- $2^k$ .
- $k!$ .
- השפה  $L$  אינה רגולרית.

7. נגדיר "למת ניפוח מהסוף": שפה  $L$  מקיימת את למת הניפוח מהסוף אם קיים מספר טבעי  $t$  כך שלכל  $w \in L$  המקיימת  $|w| \geq t$  קיימת חלוקה  $w = xyz$  כך ש- (1) לכל  $i \geq 0$  מתקיים ש-  $xy^i z \in L$  (2)  $|y| \geq 1$ ; (3)  $|yz| \leq t$ . אילו מהטענות הבאות נכונה?
- כל שפה רגולרית מקיימת את למת הניפוח מהסוף.
  - אם שפה מקיימת את למת הניפוח מהסוף אז היא רגולרית.
  - שפה היא רגולרית אם ורק אם היא מקיימת את למת הניפוח מהסוף.
  - ישנן שפות רגולריות שלא מקיימות את למת הניפוח מהסוף.
8. עבור א"ב  $\{0,1\}$ , מספר טבעי  $k \geq 0$  ושפות  $L_1, L_2 \subseteq \{0,1\}^*$ , נגדיר:

$$F(L_1, L_2, k) = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2, |w_1| + |w_2| = 2k\}$$

ותהא  $L = \bigcup_{k \geq 0} F(L_1, L_2, k)$ . אזי:

- אם  $L_1$  ו-  $L_2$  שפות רגולריות אז  $L$  שפה רגולרית.
- אם  $L_1$  ו-  $L_2$  שפות רגולריות אז  $L$  שפה חסרת הקשר וקיימות  $L_1$  ו-  $L_2$  עבורן  $L$  אינה רגולרית.
- קיימות שפות חסרות הקשר  $L_1$  ו-  $L_2$  עבורן  $L$  אינה חסרת הקשר.
- לכל שתי שפות רגולריות  $L_1$  ו-  $L_2$ ,  $\{ww : w \in \{0,1\}^*\} \not\subseteq L$ .

9. שלושה מהביטויים הרגולריים הבאים מגדירים את אותה שפה. סמנו את הביטוי הרגולרי המגדיר שפה שונה משלושת האחרים.

- $a(a^*b^*)^*b$
- $a(a \cup b)^*b$
- $a^*abb^*(a^*abb^*)^*$
- $(a^*a \cup bb^*)^*$

10. תהי  $L \subseteq \{ww^R : w \in \{0,1\}^*\}$ . איזו מהטענות נכונה בהכרח?

- לא יתכן כי  $L$  רגולרית.
- $L$  בהכרח חסרת הקשר.
- אם  $L$  אינסופית אז היא אינה רגולרית.
- אף אחת מהטענות אינה נכונה.