

26.5.2017, א' סיוון התשע"ז

בוחן אמצע במודלים חישוביים 2017 סמסטר ב'

מרצים: פרופ' נחום דרשוביץ, פרופ' ישי מנצור.
מתרגלים: יובל מוסקוביץ, דפנה שדה, דין דורון.

הנחיות

1. משך הבחינה: שעה וחצי.
2. בבחינה 10 שאלות ו- 4 עמודים (כולל עמוד זה). יש לענות רק ע"ג דף התשובות המצורף.
3. הקפידו לרשום בדף התשובות את מספר הגרסא, המופיע בראשית דף זה!
4. אין להשתמש בחומר עזר.

בהצלחה!

שאלה 1

נתון דקדוק חסר הקשר $G = (V, \Sigma, R, S)$ עבורו לכל $A \in V$ קיים $w \in (V \cup \Sigma)^*$ יחיד עבורו קיים ב- R כלל הגזירה $A \rightarrow w$. אילו מהטענות הבאות בהכרח נכונה?

- א. השפה $L(G)$ סופית.
- ב. השפה $L(G)$ רגולרית ויכולה להיות אין-סופית.
- ג. השפה $L(G)$ חסרת הקשר ויכולה להיות לא רגולרית.
- ד. השפה $L(G)$ אינה בהכרח חסרת הקשר.

שאלה 2

נתונה שפה L מעל א"ב כלשהו Σ ונתון $h: \Sigma \rightarrow \Sigma^*$ הומומורפיזם. אילו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

- א. $L \cap h^{-1}(h(L)) = L \cap h(h^{-1}(L))$
- ב. $L \cup h^{-1}(h(L)) = L \cup h(h^{-1}(L))$
- ג. $h(h^{-1}(L)) \subseteq L \subseteq h^{-1}(h(L))$
- ד. $h^{-1}(h(L)) \subseteq L \subseteq h(h^{-1}(L))$

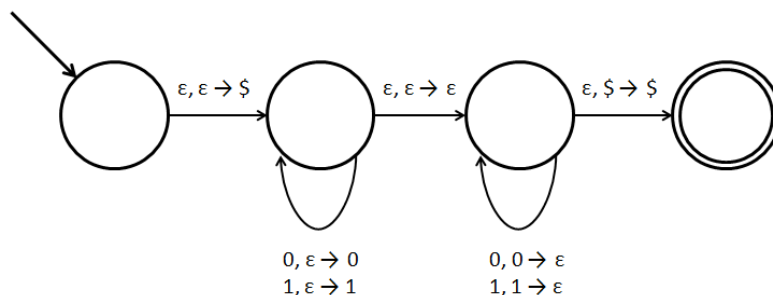
שאלה 3

נתון הדקדוק חסר ההקשר $G = (V, \Sigma, R, S)$ אשר כללי הגזירה שלו נתונים ע"י:

$$S \rightarrow 0S1 \mid 1S0 \mid 0S0 \mid 1S1 \mid \varepsilon$$

מהי השפה $L(G)$?

- א. $L(G) = \{0^n 0^n : n \geq 0\} \cup \{1^n 1^n : n \geq 0\} \cup \{0^n 1^n : n \geq 0\} \cup \{1^n 0^n : n \geq 0\}$
- ב. השפה המוגדרת ע"י הביטוי הרגולרי $((0 \cup 1)(0 \cup 1))^*$.
- ג. השפה המוגדרת ע"י הביטוי הרגולרי $((0 \cup 1)^*(0 \cup 1))^*$.
- ד. השפה המתקבלת ע"י ה-PDA הבא:



שאלה 4

עבור שפה L מעל א"ב כלשהו Σ נגדיר

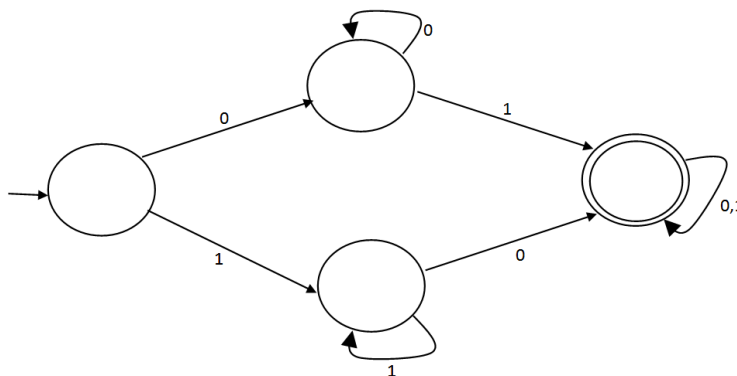
$$Double(L) = \{xy : xy \in \Sigma^*, |x| = |y|, x \in L, y \in L\}$$

עבור $L_1 = L(0^*1)$ נגדיר $L_2 = Double(L_1)$. בחרו את התשובה הנכונה:

- א. השפה L_2 היא רגולרית ואין-סופית.
- ב. השפה L_2 היא חסרת הקשר אך אינה רגולרית.
- ג. השפה L_2 אינה חסרת הקשר.
- ד. השפה L_2 סופית.

שאלה 5

נתון ה-DFA הבא:



השפה שמקבל האוטומט היא:

- א. כל המילים מעל $\{0,1\}$.
- ב. כל המילים מעל $\{0,1\}$ המורכבות רק מ-0 או רק מ-1.
- ג. כל המילים מעל $\{0,1\}$ שמתחילות ומסתיימות באותיות שונות.
- ד. כל המילים מעל $\{0,1\}$ שיש בהם גם את האות 0 וגם את האות 1.

שאלה 6

עבור $k \geq 1$ תהא $\Sigma = \{1, \dots, k\}$ ונזכיר כי הפונקציה $\#_i(w)$ מחזירה את מספר המופעים של האות i במילה w . תהא

$$L = \{w \in \Sigma^* : \forall i \in \Sigma. \#_i(w) \geq 1\}$$

מהו מספר המצבים המינימלי מבין ה-DFA-ים המקבלים את L ?

- א. k .
- ב. 2^k .
- ג. $k!$.
- ד. השפה L אינה רגולרית.

שאלה 7

נגדיר "למת ניפוח מהסוף": שפה L מקיימת את למת הניפוח מהסוף אם קיים מספר טבעי t כך שלכל $w \in L$ המקיימת $|w| \geq t$ קיימת חלוקה $w = xyz$ כך ש- (1) לכל $i \geq 0$ מתקיים ש- $xy^i z \in L$; (2) $|y| \geq 1$; (3) $|yz| \leq t$. אילו מהטענות הבאות נכונה?

- כל שפה רגולרית מקיימת את למת הניפוח מהסוף.
- אם שפה מקיימת את למת הניפוח מהסוף אז היא רגולרית.
- שפה היא רגולרית אם ורק אם היא מקיימת את למת הניפוח מהסוף.
- ישנן שפות רגולריות שלא מקיימות את למת הניפוח מהסוף.

שאלה 8

עבור א"ב $\{0,1\}$, מספר טבעי $k \geq 0$ ושפות $L_1, L_2 \subseteq \{0,1\}^*$, נגדיר:

$$F(L_1, L_2, k) = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2, |w_1| + |w_2| = 2k\}$$

ותהא $L = \bigcup_{k \geq 0} F(L_1, L_2, k)$. אזי:

- אם L_1 ו- L_2 שפות רגולריות אז L שפה רגולרית.
- אם L_1 ו- L_2 שפות רגולריות אז L שפה חסרת הקשר וקיימות L_1 ו- L_2 עבורן L אינה רגולרית.
- קיימות שפות חסרות הקשר L_1 ו- L_2 עבורן L אינה חסרת הקשר.
- לכל שתי שפות רגולריות L_1 ו- L_2 , $\{ww : w \in \{0,1\}^*\} \not\subseteq L$.

שאלה 9

שלושה מהביטויים הרגולריים הבאים מגדירים את אותה שפה. סמנו את הביטוי הרגולרי המגדיר שפה שונה משלושת האחרים.

- $a(a^*b^*)^*b$
- $a(a \cup b)^*b$
- $a^*abb^*(a^*abb^*)^*$
- $(a^*a \cup bb^*)^*$

שאלה 10

תהי $L \subseteq \{ww^R : w \in \{0,1\}^*\}$. איזו מהטענות נכונה בהכרח?

- לא יתכן כי L רגולרית.
- L בהכרח חסרת הקשר.
- אם L אינסופית אז היא אינה רגולרית.
- אף אחת מהטענות אינה נכונה.