

סהב	3	2	1

מבחן מועד א' במודלים חישוביים, סמסטר א' 2011

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

מרצה: ד"ר אנה זמנסקי

מתרגל: אורי להב

09/02/11

הוראות

1. מומלץ לקרא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שלוש שעות. לא תינתן כל הארכה נוספת.
3. חומר עזר מותר: שני דפי פוליו (דו צדדיים) בלבד.
4. **יש לענות על השאלות הסגורות בטופס התשובות ועל השאלות הפתוחות במקום המיועד לכך בטופס השאלון (טופס זה).** מחברות הבחינה לא ייקראו, וישמשו כטיטה בלבד.
5. יש למלא בכל דף של השאלון מספר ת.ז. ומספר מחברת.
יש למלא בטופס התשובות שם, מספר ת.ז. ומספר גרסה.
6. במבחן 8 שאלות סגורות ו-3 שאלות פתוחות.
א. בנוגע לשאלות הסגורות:
 - הניקוד לכל שאלה הינו 5 נקודות. תשובה שגויה לא תזכה לנקודות.
 - לכל שאלה יש לסמן תשובה אחת בטופס התשובות המצורף.
 - יש לזכור למלא שם, ת.ז. ומספר גרסה בטופס התשובות המצורף.ב. בנוגע לשאלות הפתוחות:
 - הניקוד לכל שאלה הינו 20 נקודות.
 - יש לענות על השאלות במקום המיועד לכך בטופס השאלון.
 - יש לענות תשובות ברורות ותמציתיות.
7. מותר להשתמש בכל טענה שהוכחה בכיתה (בהרצאה, בתרגול, או בתרגיל בית) בתנאי שמצטטים אותה במדויק. טענות אחרות (כאלה שהוכחו בספר, בהרצאות מהסמסטר הקודם, וכו') יש להוכיח.

בהצלחה!

מספר הגרסה שלך הוא: 1

סמן זאת כרגע בטופס התשובות!

חלק א: שאלות סגורות

שאלה 1

נגדיר שתי שפות באופן הבא:

$$L_1 = \{ a^n b^m \mid n \text{ ו-} m \text{ אותה שארית בחלוקה ב-3} \}$$

$$L_2 = \{ a^n b^m \mid (n \text{ ו-} m \text{ אותה מנה שלמה בחלוקה ב-3 (מתעלמים מהשארית)}) \}$$

- שתי השפות רגולריות.
- אף אחת מהשפות אינה רגולרית.
- L_1 רגולרית ו- L_2 אינה רגולרית.
- L_1 אינה רגולרית ו- L_2 רגולרית.

שאלה 2

- תזכורת: 1. מ"ט M מחשבת פונקציה (חלקית) $f: \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ אם לכל קלט $w \in \Sigma^*$ עליו f מוגדרת, M עוצרת כשבסיום הריצה כתוב על הסרט $f(w)$.
2. פונקציה חלקית $f: \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ נקראת חד-חד ערכית אם לכל $x, y \in \Sigma^*$ עליהם f מוגדרת, אם $x \neq y$ אז $f(x) \neq f(y)$.

נגדיר את השפה הבאה:

$$L = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ מחשבת פונקציה חד-חד ערכית} \}$$

לאיזו מחלקה שייכת השפה L ?

- R
- $RE - R$
- $coRE - R$
- אף אחת מהתשובות א'-ג' אינה נכונה.

שאלה 3

תזכורת: עבור אוטומט אי דטרמיניסטי סופי N , $L(N)$ היא השפה המתקבלת על ידי N .
עבור דקדוק חסר הקשר G , $L(G)$ היא השפה הנגזרת על ידי G .

נגדיר את השפות הבאות:

$$A = \{ \langle N, G \rangle \mid N \text{ is a NFA, } G \text{ is a CFG and } L(G) \subseteq L(N) \}$$

$$B = \{ \langle N, G \rangle \mid N \text{ is a NFA, } G \text{ is a CFG and } L(N) \subseteq L(G) \}$$

סמן את הטענה הנכונה:

- א. כריעה A ו- B אינה כריעה.
- ב. כריעה A ו- B אינה כריעה.
- ג. שתי השפות כריעות.
- ד. שתי השפות אינן כריעות.

שאלה 4

נגדיר את הפעולה הבאה עבור זוגות של שפות מעל $\{0,1\}$:

$$S(L_1, L_2) = \{ x_1 \# x_2 \# \dots \# x_n \mid \text{there are some } y_1, \dots, y_{n-1} \in L_2, \text{ such that } x_1 y_1 x_2 y_2 \dots y_{n-1} x_n \in L_1 \}$$

נניח ש- L_1 רגולרית. מה מהבאים בהכרח נכון?

- $S(L_1, L_2)$ רגולרית לכל L_2 .
- $S(L_1, L_2)$ רגולרית לכל L_2 חסרת הקשר, אבל קיימת L_2 כך ש- $S(L_1, L_2)$ אינה רגולרית.
- $S(L_1, L_2)$ רגולרית לכל L_2 רגולרית, אבל קיימת L_2 חסרת הקשר כך ש- $S(L_1, L_2)$ אינה רגולרית.
- $S(L_1, L_2)$ רגולרית לכל L_2 סופית, אבל קיימת L_2 רגולרית כך ש- $S(L_1, L_2)$ אינה רגולרית.

שאלה 5

נתונות השפות הבאות:

A - שפה רגולרית כלשהי.

B - שפה סופית כלשהי.

C - שפה לא רגולרית כלשהי.

$$D = \{ w \in \{0,1\}^* \mid w = w^R \text{ and } |w| \text{ is odd} \}$$

סמן את הטענה הנכונה:

- השפות $A \cup B$ ו- $A-B$ אינן בהכרח רגולריות.
- D אינה חסרת הקשר.
- השפות $A-B$ ו- $C-B$ אינן רגולריות.
- השפות $A \cup B$ ו- $A-B$ רגולריות והשפות D ו- $C \cup B$ אינן רגולריות.

שאלה 6

נתונה בעיית ההכרעה הבאה:

קלט: מ"ט M וקלט w

שאלה: האם בריצת M על w קורה לפחות אחד מהדברים הבאים:

- M עוצרת על w

- M נמצאת באותה קונפיגורציה לפחות פעמיים

לאיזו מחלקה שייכת בעיה זו ?

- R
- RE - R
- coRE - R
- אף אחת מהתשובות א'-ג' אינה נכונה.

שאלה 7

יהיו L_1, L_2 שתי שפות מעל א"ב Σ .

רדוקציה פולינומיאלית f מ- L_1 ל- L_2 נקראת **מקצרת אורך** אם קיים n טבעי כך שלכל $x \in \Sigma^*$ המקיים $|x| \geq n$ מתקיים $|f(x)| \leq |x| - 1$.

תזכורת: שפה L נקראת טריוויאלית אם $L = \Sigma^*$ או ש- L היא השפה הריקה.

טענה 1: לכל שתי שפות לא טריוויאליות קיימת רדוקציה פולינומיאלית מקצרת אורך מ- L_1 ל- L_2 .

טענה 2: כל רדוקציה פולינומיאלית משפה לא טריוויאלית L לעצמה היא מקצרת אורך.

- א. טענה 1 נכונה וטענה 2 אינה נכונה.
- ב. טענה 1 אינה נכונה וטענה 2 נכונה.
- ג. שתי הטענות לא נכונות.
- ד. שתי הטענות נכונות.

שאלה 8

שני פסוקים בוליאנים A ו- B נקראים שקולים (equivalent) אם לכל השמה $V: V$ מספקת את A אם"ם היא מספקת את B .

$NEQ = \{ \langle A, B \rangle \mid A, B \text{ are CNF formulas which are not equivalent} \}$

תחת ההנחה $P \neq NP$, לאיזו מחלקה שייכת שפה זו ?

- א. P
- ב. $NP - P$
- ג. $R - NP$
- ד. אף אחת מהתשובות א'-ג' אינה נכונה.

חלק ב: שאלות פתוחות

בשאלות הפתוחות ניתן לסמן "אינני יודע/ת" ללא כל הסבר נוסף. על תשובה כזו יינתנו 5 נקודות.

שאלה 1

$S_{TM} = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is a TM that accepts } w^R \text{ whenever it accepts } w \}$

הוכח או הפרך: S_{TM} אינה כריעה.

אין להשתמש במשפט רייס.

תשובה (הקף):

הטענה נכונה	/	הטענה לא נכונה	/	אינני יודע/ת
-------------	---	----------------	---	--------------

הוכחה:

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 2

$IS_or_C = \{ \langle G, k \rangle \mid G \text{ has either a clique or an independent set of size } k \}$

הוכח או הפרך: IS_or_C היא NP-שלמה.

תשובה (הקף):

הטענה נכונה	/	הטענה לא נכונה	/	אינני יודעת
-------------	---	----------------	---	-------------

הוכחה:

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 3

תזכורת: מוודא עבור שפה L הוא מ"ט V כך שמתקיים:

$$L = \{ w \mid V \text{ accepts } \langle w, c \rangle \text{ for some string } c \}$$

הוכח: שפה L היא ב-RE אם קיים מוודא עבור L.

הוכחה: (או "אינני יודע/ת" ללא כל הסבר נוסף. על תשובה כזו יינתנו 5 נקודות.)