תעודת זהות:

מספר מחברת:

סה"כ	4	3	2	1

מבחן מועד ב' - מודלים חישוביים, סמסטר ב' תשע"ו (2016)

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

מרצים: פרופ' רונית רובינפלד, פרופ' יפתח הייטנר

מתרגלים: יובל מוסקוביץ', אורן זלצמן, דין דורון

31/07/16

הוראות

1. מומלץ לקרוא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שלוש שעות.
3. חומר עזר מותר: שני דפי פוליו (דו צדדיים) בלבד עם שם התלמיד/ה.
4. **יש לענות על השאלות במקום המיועד לכך בטופס השאלון (טופס זה).** מחברות הבחינה לא ייקראו, וישמשו כטיוטה בלבד.
5. יש למלא בכל דף של השאלון מספר ת.ז. ומספר מחברת.
6. במבחן 4 שאלות.
   - הניקוד לכל שאלה מופיע לידה מספר השאלה.
   - סימון "תשובה ריקה" יזכה בחלק (קטן) מהנקודות כמצוין ליד מספר השאלה.
   - יש לענות על השאלות במקום המיועד לכך בטופס השאלון.
   - יש לענות תשובות ברורות ענייניות ותמציתיות.
7. מותר להשתמש בכל טענה שהוכחה בכיתה (בהרצאה או בתרגול) בתנאי שמצטטים אותה במדויק. טענות אחרות (כאלה שהוכחו בספר, בתרגיל בית, בהרצאות מהסמסטר הקודם, וכו') יש להוכיח.
8. יש להניח $P \neq NP$, אלא אם מצוין אחרת.

בהצלחה!

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 1 (25 נקודות).

אינני עונה על השאלה (תשובה ריקה) ☐ (5 נקודות)

נגדיר את האופרטור Perfect shuffle על השפות L_1 ו- L_2 באופן הבא

$$PS(L_1, L_2) = \{ w = x_1 y_1 \cdots x_n y_n \mid w_1 = (x_1 \cdots x_n) \in L_1, w_2 = (y_1 \cdots y_n) \in L_2, \forall i\ x_i, y_i \in \Sigma \}$$

לדוגמא, עבור $L_1 = \{1,00,110\}$ ו $L_2 = \{0,11\}$ מתקיים $PS(L_1, L_2) = \{10, 0101\}$

הוכיחו שאם L_1 ו- L_2 רגולריות אז $PS(L_1, L_2)$ רגולרית

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 2 (25 נקודות).

אינני עונה על השאלה (תשובה ריקה) ☐ (5 נקודות)

תהא

$$L = \{a^i b^i \mid i \geq 0\} \cup \{a^i b^{2i} \mid i \geq 0\}$$

א. (15 נק'). הראו כי השפה L חסרת-הקשר (CFL). אין צורך להוכיח בניות, אך יש לציינן מפורשות.

ב. (10 נק') תהא detCFL מחלקת השפות חסרות ההקשר אשר קיים אוטומט מחסנית דטרמיניסטי המקבל אותן.

ידוע כי $\overline{L}$ אינה ח"ה ואין צורך להוכיח זאת. השתמשו בעובדה זו כדי להוכיח ש- $L \notin \text{detCFL}$ (כמובן שכל הוכחה נכונה אחרת תתקבל גם כן).

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 3 (25 נקודות).

אינני עונה על השאלה (תשובה ריקה) ☐ (5 נקודות)

א. (10 נק'). תהינה A, B שפות מעל $\Sigma = \{0,1\}$. הוכיחו/הפריכו: אם $A \leq_m B$ אז קיימת פונקציה חשיבה וחד-חד-ערכית $f: A \to B$.

ב. (15 נק'). תהא L השפה הבאה מעל $\Sigma = \{0,1\}$:

$$L = \{\langle M_1, M_2 \rangle \mid M_1 \text{ and } M_2 \text{ are TMs and } L(M_1) \leq_m L(M_2)\}$$

קבעו האם L שייכת ל- $\mathcal{R}$, ל- $\mathcal{ER} \setminus \mathcal{R}$, ל- $\mathrm{co}\mathcal{ER} \setminus \mathcal{R}$ או שהיא אינה ב- $\mathcal{ER} \cup \mathrm{co}\mathcal{ER}$. הוכיחו תשובתכם.

תעודת זהות:

מספר מחברת:

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 4 (25 נקודות).

אינני עונה על השאלה (תשובה ריקה) ☐ (5 נקודות)

א. (10 נק'). נגדיר

$T = \{\langle\varphi\rangle \mid \varphi \text{ is a propositional formula that is true for all assignments}\}$

ידוע כי T היא co$\mathcal{NP}$-שלמה. הוכיחו: אם $T \leq_p \text{SAT}$ אז $\mathcal{NP} = \text{co}\mathcal{NP}$. זכרו שיש להוכיח כל טענה שלא הוכחה בהרצאה או בתרגול.

ב. (15 נק'). נזכור כי השפה

$HP = \{\langle G\rangle \mid G \text{ is a } directed \text{ graph that has a Hamiltonian path}\}$

היא ב- $\mathcal{NPC}$ (שימו לב כי הגרף מכוון). נתונה השפה הבאה:

$L = \{\langle G\rangle \mid G \text{ is a directed graph}, G \text{ contains a cycle } and \ \langle G\rangle \in HP\}$

הוכיחו כי היא $\mathcal{NP}$-קשה.

תעודת זהות:

מספר מחברת: