

סהב	5	4	3	2	1

מבחן מועד א' - מודלים חישוביים, סמסטר ב' תשע"ה (2015)

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

מרצים: פרופ' רונית רובינפלד, דר' יפתח הייטנר

מתרגלים: יובל מוסקוביץ', אורן זלצמן, דין דורון

25/06/15

הוראות

1. מומלץ לקרוא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שלוש שעות.
3. חומר עזר מותר: שני דפי פוליו (דו צדדיים) בלבד עם שם התלמיד/ה.
4. יש לענות על השאלות במקום המיועד לכך בטופס השאלון (טופס זה). מחברות הבחינה לא ייקראו, וישמשו כטייטה בלבד.
5. יש למלא בכל דף של השאלון מספר ת.ז. ומספר מחברת.
6. במבחן 5 שאלות.
 - הניקוד לכל שאלה מופיע לידה מספר השאלה. ציון המבחן ישוקלל לפי הנוסחה הבאה:
 - ציון שתי התשובות הטובות ביותר יוכפל ב 1.25
 - ציון התשובה הגרועה ביותר יוכפל ב 0.5
 - סימון "תשובה ריקה" יזכה בחלק (קטן) מהנקודות כמצוין ליד מספר השאלה.
 - יש לענות על השאלות במקום המיועד לכך בטופס השאלון.
 - יש לענות תשובות ברורות ענייניות ותמציתיות.
7. מותר להשתמש בכל טענה שהוכחה בכיתה (בהרצאה או בתרגול) בתנאי שמצטטים אותה במדויק. טענות אחרות (כאלה שהוכחו בספר, בתרגיל בית, בהרצאות מהסמסטר הקודם, וכו') יש להוכיח.
8. יש להניח $P \neq NP$, אלא אם מצוין אחרת.

בהצלחה!

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 1 (20 נקודות):

אינני עונה על השאלה (תשובה ריקה) (5 נקודות)

א. (5 נק'). הראו דוגמא לשפה L לא רגולרית והומומורפיזם h כך ש- $h(L)$ שפה רגולרית.

ב. (5 נק'). עבור השפה $A = L((00 + 1)^*)$, והומומורפיזם $h: \{a, b\} \rightarrow \{0,1\}^*$ המוגדר ע"י $h(a) = 01$, $h(b) = 10$ מהו $h^{-1}(A)$? (אין צורך להוכיח את התשובה)

ג. (10 נק'). עבור השפה L למטה, הראה כי היחס \sim_L משרה אינסוף מחלקות על Σ^* .
 L היא שפת כל המילים ("ביטויים אלגבריים") מעל $\Sigma = \{x, y, +, *, (,)\}$ המוגדרות ע"י הכללים הבאים:

- בסיס: x ו- y נמצאים ב- L .
- צעד אינדוקציה: אם α ו- β נמצאים ב- L אז גם $(\alpha + \beta)$ ו- $(\alpha * \beta)$ נמצאים ב- L .

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 2 (20 נקודות).

אינני עונה על השאלה (תשובה ריקה) (5 נקודות)

תהא $L = \{a^n b^n : n \geq 0\}$. בשאלה זו נוכיח כי \bar{L} (שימו לב – המשלים של L) היא שפה חסרת הקשר שאינה רגולרית.

א. הוכיחו: \bar{L} אינה רגולרית (3 נק'):

ב. מצאו שפות L_1, L_2, L_3 זרות אחת לשנייה (חיתוך ריק) כך ש- L_1 רגולרית, L_2, L_3 חסרות הקשר ואינן רגולריות, כך ש- $\bar{L} = L_1 \cup L_2 \cup L_3$. אין צורך להוכיח כי השפות מקיימות את הנדרש (5 נק').

$L_1 =$ _____

$L_2 =$ _____

$L_3 =$ _____

ג. כתבו ביטוי רגולרי עבור L_1 . אין צורך להוכיח את נכונותו (3 נק'):

ד. כתבו דקדוקים חסרי הקשר עבור L_2 ו- L_3 . אין צורך להוכיח את נכונותם (6 נק'):

L_2

תעודת זהות:

מספר מחברת:

L_3

ה. בהסתמך על נכונות הסעיפים הקודמים, השלימו את ההוכחה כי \bar{L} חסרת הקשר (3 נק').

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 3 (20 נקודות).

אינני עונה על השאלה (תשובה ריקה) □ (5 נקודות)

הגדרה: גרף לא מכונן $G = (V, E)$ הוא $3parite$ (תלת צדדי), אם V ניתן לחלוקה לשלוש קבוצות V_1, V_2, V_3 (כלומר $V_1 \cup V_2 \cup V_3 = V$ ו $V_i \cap V_j = \emptyset$ $\forall i \neq j$) כך שכל אחת מהן היא Independent set ב- G .

יהי $3HamPath = \{ \langle G, s, t \rangle : G \text{ is } 3parite \text{ and } \exists \text{ hamiltonian path from } s \text{ to } t \text{ in } G \}$ נראה כי $3HamPath$ היא ב-NPC.

א. (4 נק') הוכיחו כי $3HamPath$ היא ב-NP.

ב. הראו כי $UnHamPath \leq_p 3HamPath$ (היא הגרסה הלא מכוננת של $UnHamPath$).

1. (8 נק') הרדוקציה:

2. (8 נק') הוכחת נכונות הרדוקציה.

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 4 (20 נקודות).
אינני עונה על השאלה (תשובה ריקה) (5 נקודות)

בשני הסעיפים הבאים, $L_1, L_2, L_3 \subseteq \Sigma^*$ מעל Σ , א"ב סופי כלשהו.

א. הוכיחו/הפריכו: קיימות שפות L_1, L_2, L_3 מעל $\Sigma = \{0,1\}$ כך ש- $L_1 \subseteq L_2 \subseteq L_3$ ו- $L_1, L_3 \in \mathcal{P}$ ו- $L_2 \in \mathcal{NPC}$ (6 נק').

ב. הוכיחו/הפריכו: קיימות שפות L_1, L_2, L_3 מעל $\Sigma = \{0,1\}$ כך ש- $L_1 \subseteq L_2 \subseteq L_3$ ו- $L_1, L_3 \in \mathcal{NPC}$ ו- $L_2 \in \mathcal{P}$ (14 נק').

תעודת זהות:

מספר מחברת:

תעודת זהות:

מספר מחברת:

ג. קבעו האם השפה הבאה נמצאת ב- \mathcal{R} , ב- $\mathcal{RE} \setminus \mathcal{R}$ או שאינה ב- \mathcal{RE} . הוכיחו תשובתכם (8 נק').

$$L = \{ \langle M \rangle : M \text{ is a Turing machine and } L(M) \cap H_{TM,\epsilon} \neq \emptyset \}$$